

ПЛАН СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ
по курсу «Дополнительные главы дискретной математики»

Часть I. Конечные автоматы-распознаватели и автоматы-преобразователи

Часть I. Конечные автоматы-распознаватели и автоматы-преобразователи

Занятие 1. Множества, допускаемые конечными автоматами. Правоинвариантная эквивалентность.

В ауд.: №№ 1 (1,2,4,6,9), 2 (1,3,4), 3 (1,3,5), 4, 5 (1,3).

На дом: №№ 1 (3,5,7,10), 2 (2,5), 3 (4,6), 5 (2,4).

Занятие 2. Теоретико-множественные операции над конечно-автоматными множествами. Недетерминированные автоматы. Операции произведения и итерации.

В ауд.: №№ 8, 10 (1), 11, 12 (1,3), 23 (1), 24 (1), 13, 14.

На дом: №№ 9, 10 (2), 11 (автомат из задачи 10 (2)), 12 (2), 23 (2), 24 (2), 15.

Занятие 3. Регулярные выражения и регулярные множества. Теорема Клини.

В ауд.: №№ 16 (1,3,5), 17 (1), 18, 20, 22.

На дом: №№ 16 (2,4,6), 17 (2), 19, 21.

Занятие 4. Детерминированные функции. Построение диаграмм Мура и канонических уравнений.

В ауд.: №№ 1.1 (1,3,8,9), 1.2 (1), 2.1 (1,6,16), 2.4(2), 2.5 (2).

На дом: №№ 1.1 (4,6,9,13), 1.2 (2), 2.1 (3,7), 2.4 (1,3), 2.5(3).

Занятие 5. Операции суперпозиции и обратной связи. Построение схем из автоматных элементов.

В ауд.: №№ 2.8 (3,6), 2.9 (4), 2.13 (1,4), 2.14 (1,4), 2.17 (1,4).

На дом: №№ 2.8 (5,8), 2.9 (5), 2.13 (6,11), 2.14 (2,5), 2.17 (2,5).

Часть II. Машины Тьюринга и вычислимые функции

Занятие 6. Машины Тьюринга. Функции, вычислимые на машинах Тьюринга.

В ауд. № 1.8 (1,3), 1.4 (2); 1.14 (1–4,9,10), 1.15 (2,7).

На дом № 1.8 (2,6), 1.4 (4); 1.14 (5–7,12), 1.15 (4,6).

Занятие 7. Прimitивно-рекурсивные функции.

В ауд. № 2.1 (9,10,12), 2.2 (1,3), применить операцию примитивной рекурсии к частичным функциям $g(x) = 2x$ и $h(x, y, z) = z - 2$, 2.3 (9,10,5), 2.4 (1,2,5,76).

На дом № 2.1 (2,4), 2.4 (3,7a), 2.3 (7–9).

Занятие 8. Операции ограниченного суммирования и мультиплицирования. Операция минимизации.

В ауд. Используя операции $\Pi_{i \leq x}$ и $\Sigma_{i \leq x}$, доказать примитивную рекурсивность следующих функций: $[x/y]$, $[\sqrt{x}]$, $[\log_a x]$, «число делителей x », «число решений полиномиального уравнения в заданном промежутке». № 2.5 (1–3, 7, 11). 2.7 (2,6).

На дом: с использованием операций $\Pi_{i \leq x}$ и $\Sigma_{i \leq x}$ доказать примитивную рекурсивность функций $p(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$:

$$p(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — простое число,} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$f_1(x)$ = количеству чисел вида y^y на отрезке $[0, x]$, $f_2(x)$ = количеству чисел вида $2^y \cdot 3^z$ на отрезке $[0, x]$. № 2.5(4, 10, 13), № 2.7 (3, 5).

Занятие 9. Частично-рекурсивные функции.

В ауд. № 2.8 (1,2,5), задачи из списка: 2,3,5,7,8,10.

На дом № 2.8 (3), задачи из списка: 1,4,6,9,11.

Доказать частичную рекурсивность следующих функций.

$$1. f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \text{ входит в пересечение областей значений} \\ & \text{примитивно-рекурсивных функций } g_1(z), g_2(z), \\ \text{не определено} & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$2. f^{-1}(x), \text{ где } f \text{ — (обще)рекурсивная перестановка на } N.$$

$$3. f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \in \{a_1, \dots, a_m\}, \\ \text{не определено} & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $a_1, \dots, a_m$ — произвольные числа из N .

$$4. f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ входит в область значений функции } g, \\ \text{не определено} & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $g(z)$ — примитивно-рекурсивная функция (примеры: z^2 , 2^z и т.п.).

$$5. f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } f_1(x) \geq f_2(x), \\ \text{не определено} & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где f_1, f_2 — примитивно-рекурсивные функции.

$$6. x - y, \quad 7. \frac{x}{y}, \quad 8. \sqrt{x}, \quad 9. \log_2 x.$$

$$10. f(x) = \begin{cases} x, & \text{если в последовательности } g \text{ есть две} \\ & \text{единицы на расстоянии } x + 1, \\ \text{не определено} & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $g(z)$ — примитивно-рекурсивная функция, принимающая лишь значения 0 и 1 (двоичная «последовательность»).

$$11. f(x) = \begin{cases} x, & \text{если в последовательности } g \text{ есть } x + 1 \text{ идущих подряд единиц,} \\ \text{не определено} & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Занятие 10. Класс P.

В ауд. № 2.3 (2,4,5,7); определение существенных переменных у функции, заданной таблицей значений; №№ 2.19 (7); 2.20 (1а, 2а, 2д, 3а, 4а).

На дом №№ 2.3 (6, 8, 9, 10); 2.19 (1); 2.20 (1г, 2г, 3г).

Занятие 11. P-сводимость и NP-полнота.

Задачник: В.Б.Алексеев, А.А.Вороненко и др. "Задачи по курсу "Основы кибернетики". М.: Издательский отдел ф-та ВМК МГУ, 2011.

№№ 2.5 (рис. 1, 3, 6); 2.17 (задача 5); 2.18 (1); 2.19 (4); 2.20 (1б, 1в, 2б, 3в).